

PREDIKSI NILAI KEKAKUAN LENTUR PADA BALOK BETON BERTULANG

Yamin Susanto
Structural Engineer Y. S. Chua Engineering, Jakarta
Mahasiswa Magister Teknik Sipil, Konsentrasi Struktur, Universitas Tarumanagara, Jakarta.
Email: ystjua@yahoo.com

ABSTRAK: Makalah ini menyajikan sebuah metode sederhana untuk prediksi sifat kekakuan lentur dukungan sederhana balok dengan tulangan beton di bawah anggota pendek waktu pembukaan. The lentur kekakuan anggota struktural biasanya dianggap sebagai produk dari modulus elastisitas E , yang merupakan properti dari bahan dibuat, dan momen inersia I yang merupakan tergantung pada anggota bentuk fisik properti. Dalam banyak penelitian menunjukkan bahwa kekakuan lentur dari anggota beton bertulang dapat mendapatkan bentuk dua komponen di atas yang dihitung secara terpisah, dan metode ini telah diadopsi oleh ACI 318 dan SNI 03-2847 kode. Dalam metode ini telah dikembangkan dan disempurnakan untuk mencapai kedua kesederhanaan dalam penggunaan dan representasi perilaku aktual yang serealistik mungkin. Hasil dari metode ini adalah lebih konservatif daripada ACI 318 dan SNI 03-2847.

Kata kunci: kekakuan lenturnya, pembebanan seketika, modulus elastisitas Dan momen inersia.

ABSTRACT: This paper present a simple method to prediction of the flexural rigidity properties of simple support reinforced concrete member beams under short-time loading. The flexural rigidity of structural member is normally thought of as the product of the modulus of elasticity E , which is a property of a fabricated material, and the moment of inertia I which is a property dependent upon the physical shape member. In many research is shown that flexural rigidity of reinforced concrete member can be get form two components above which is calculated separately, and the method has been adopted by the ACI 318 and SNI 03-2847 code. In this method has been developed and refined to achieve both simplicity in use and a representations of actual behavior that is as realistic as possible. The result of this method is more conservative than the ACI 318 and SNI 03-2847.

Keywords: bending stiffness, instantaneous loading, the modulus of elasticity and moment of inertia.

PENDAHULUAN

Dalam perancangan setiap komponen struktur risiko keruntuhan/kegagalan yang disebabkan oleh ketidakpastian (*uncertainties*) dalam proses perancangan itu sendiri tidak dapat dihindari, betapapun kecilnya risiko tersebut. Hal ini disebabkan hamper semua perancangan struktur harus dilakukan tanpa informasi yang lengkap (sempurna), sehingga faktor risiko selalu terkait didalamnya. Model atau metoda yang digunakan dalam perancangan komponen struktur biasanya berupa penyederhanaan dari

keadaan yang sebenarnya. Terutama pada perencanaan komponen struktur beton bertulang yang sifat mekanika bahannya heterogen, anisotropik serta berperilaku nonlinear. Oleh sebab itu, diperlukan suatu modifikasi (pendekatan) dari prinsip-prinsip dasar mekanika bahan dalam melakukan analisis struktur tersebut.

Dalam perancangan struktur maupun komponen struktur beton bertulang pada suatu bangunan terdapat beberapa *limit state* yang

membatasinya, antara lain: pembatasan kekuatan (*strength limit state*) dan pembatasan kemampuan layan (*serviceability limit state*). Pada pembatasan kekuatan, struktur dirancang agar memiliki kekuatan yang cukup untuk mendukung beban aksi dari luar. Pada kondisi ini fokusnya hanya pada kemampuan struktur atau komponen struktu melawan gaya dari luar.

Sering terjadi bahwa struktur tersebut sudah terlihat memadai untuk mendukung aksi dari gaya luar, tetapi belum tentu memberikan kenyamanan bagi penghuninya. Keadaan ini terjadi karena struktur tersebut kurang kaku. Kekurang kakukan struktur ini dapat terjadi karena pengaruh metoda analisi yang diterapkan maupun kualitas material yang dipakai. Metoda analisis kekuatan batas maupun kualitas material yang digunakan dapat menampilkan ukuran penampang struktur (balok maupun kolom) jauh lebih kecil dibandingkan metoda kekuatan kerja [1,2,3 dan 4]. Dengan semakin kecil penampang beton akan membawa konsekuensi bahwa batang tersebut semakin langsing dan kurang kaku. Akibat yang timbul adalah defleksi yang dihasilkan menjadi lebih besar, struktur akan terasa begetar saat dibebani oleh beban bergerak, kemungkinan keretakan struktur menjadi semakin besar. Oleh karena itu, kontrol dengan metoda kemampuan layan menjadi sangat penting, sehingga berguna untuk mencegah terjadinya kerusakan pada elemen struktur itu sendiri maupun elemen non-struktur yang berada dibawah balok struktur tersebut. Kerusakan elemen non-struktur ini (tembok) dapat terjadi karena adanya konsentrasi gaya pada daerah balok yang mengalami lendutan yang kemudian ditransfer ke tembok, karena kemampuan menahan tembok lemah maka terjadi keretakan pada tembok tersebut. Pada Gambar

1 diperlihatkan sebuah tembok retak akibat defleksi balok diatasnya.



Gambar 1. Retak Tembok akibat defleksi Balok Lantai

TEORI KEKAKUAN LENTUR

Teori kemampuan layan atau *serviceability limit state* pertama kali dirumuskan oleh matematikawan Swiss, James Bernoulli tahun 1694. Sejak saat itu sampai kini, teori tersebut telah berulang kali disempurnakan, antara lain oleh Washa dan Fluck tahun 1950-an, Yu dan Winter pada akhir 1950-an [5], Branson [6,7] pada tahun 1971, El-Metwally dan Chen [8] dan Duan dkk. [9] keduanya pada tahun 1989. Dari berbagai teori yang dikemukakan oleh para peneliti tersebut, Bernoulli menyajikan prosedur analitik yang paling sederhana, sedangkan yang lainnya mengemukakan cara analisis defleksi dengan pendekatan numerik (pendekatan computer). Secara teoritis rumus yang diberikan oleh Bernoulli memberikan hasil yang akurat, sedangkan untuk penerapan dibutuhkan berbagai penyesuaian, seperti pengaruh material dan bentuk pada kekakuan lentur (EI) batang, agar dapat memberikan nilai yang mendekati nilai eksak. Dengan demikian, terlihat bahwa semua formulasi yang dihasilkan selalu mengandung faktor ketidakpastian.

Formulasi model yang sangat rumit sekalipun masih tetap mengandung parameter-parameter ketidakpastian. Studi ini menawarkan suatu cara pendekatan sederhana untuk memprediksi nilai kekakuan lentur (EI) balok beton bertulang secara langsung dengan tingkat keandalan (reliability) tinggi. Formula tersebut berdasarkan hasil penelitian yang diusulkan oleh Duan dkk. [9].

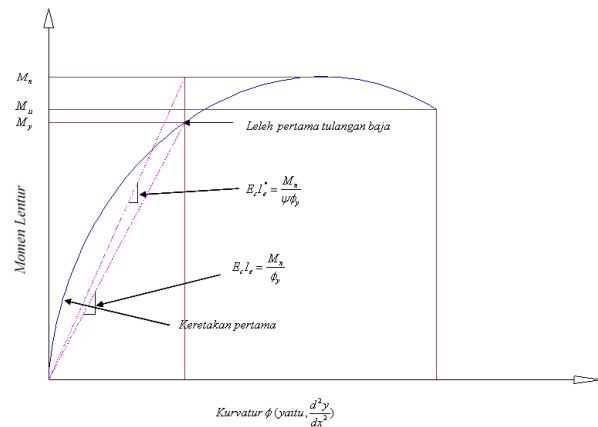
Anggapan-Anggapan dalam Perumusan Teori Kekakuan Lentur

Untuk memudahkan dalam studi studi perlu dilakukan beberapa anggapan, hal ini untuk memperoleh kesederhanaan dalam perhitungan. Tanpa penyederhanaan, persoalan akan menjadi terlalu rumit atau kadang-kadang malah tidak dapat diperoleh solusi eksaknya. Dalam studi kekakuan lentur ini dipakai anggapan-anggapan sebagai berikut [10]:

1. Balok beton bertulang berupa material homogen yang memiliki modulus elastisitas yang sama dalam keadaan tarik maupun tekan.
2. Balok tetap pada bidang atau mendekati bidang apabila melengkung/bengkok, kelengkungannya adalah dalam bidang lentur dan jari-jari kelengkungan kira-kira 10 kali tinggi balok.
3. Seluruh penampang seragam/homogen untuk sepanjang batang struktur.
4. Balok tersebut sekurang-kurangnya memiliki satu bidang simetri longitudinal/memanjang (longitudinal plane of symmetry).
5. Keseluruhan beban dan reaksi-reaksi adalah tegak lurus pada sumbu balok dan terletak pada bidang yang sama, yang mana berupa bidang simetri longitudinal.
6. Balok memiliki panjang yang proposional terhadap tingginya, misalnya: untuk balok metal potongan kompak nilai

perbandingan antara bentang dengan tinggi adalah 8 atau lebih, untuk balok-balok yang badannya relatif tebal nilai perbandingannya 15

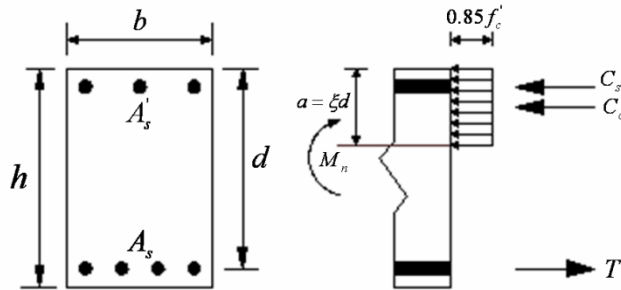
7. atau lebih, dan untuk balok-balok kayu persegi nilai perbandingannya 24 atau lebih.
8. Balok memiliki lebar yang proposional.
9. Tegangan maksimum yang timbul tidak boleh melebihi batas proposional.



Gambar 2. Hubungan momen-kurvatur pada penampang balok beton bertulang

Kekakuan Lentur pada Penampang Balok Persegi

Perhatikan sebuah grafik hubungan momen-kurvatur tipikal pada penampang beton bertulang, seperti diperlihatkan pada Gambar 2. Dari gambar tersebut dapat diketahui bahwa hubungan momen-kurvatur balok beton saat baja tarik leleh berupa garis lengkung. Untuk memudahkan dalam perhitungan, diperlukan suatu idealisasi terhadap kurvatur tersebut. Momen-kurvatur tersebut dapat diidealisasi menjadi sebuah hubungan trilinear, yaitu: pada posisi pertama, diperoleh momen leleh (M_y). Kedua, didapatkan momen ultimit (M_u), dan ketiga, dicapainya momen nominal (M_n).



Gambar 3. Idealisasi perhitungan untuk tegangan nominal, M_n

Untuk menganalisis balok pada permulaan retak dapat didekati secara akurat dengan kurva trilinear tersebut. Berdasarkan teori linear elastik klasik, kekakuan balok lentur B_d^* (yaitu: $E_c I_e$) dapat diperoleh saat tulangan baja tarikannya mengalami pelelehan pertama,

$$B_d^* = \frac{M_y}{\phi_y} \quad (1)$$

dimana,

B_d^* = kekakuan lentur penampang saat tulangan baja tarikannya mengalami pelelehan pertama,

M_y = momen lentur penampang saat tulangan baja tarikannya mengalami pelelehan pertama,

ϕ_y = kurvatur penampang saat tulangan baja tarikannya mengalami pelelehan pertama,

Persamaan (1) menunjukkan bahwa kekakuan lentur balok beton bertulang tergantung pada tingkat momennya. Pada tingkat momen yang lebih tinggi akan terjadi penambahan keretakan pada betonnya, sehingga mengurangi kekakuan lentur penampangnya. Penurunan kekakuan ini akan lebih besar pada penampang yang tulangannya sedikit bila dibandingkan dengan penampang yang bertulangan banyak.

Dari penyelidikan para ahli hingga saat ini bahwa untuk mendapatkan momen leleh secara akurat pada struktur beton masih sangat sulit, sehingga dalam perhitungan defleksi akibat pembebanan seketika biasanya dipergunakan momen nominal (M_n) sebagai pengganti momen leleh (M_y), dengan demikian Pers (1) menjadi,

$$B_d = \frac{M_n}{\psi \phi_y} \quad (2)$$

Agar Pers. (2) dapat digunakan pada tingkat momen yang berbeda-beda, maka diperlukan suatu faktor modifikasi kekakuan, ψ . Faktor ini sangat dipengaruhi oleh kualitas bahan dan workmanship. Berdasarkan data hasil eksperimen laboratorium yang dilakukan oleh Duan, dkk. [9] dengan sampel data 434 balok beton bertulang, faktor modifikasi tersebut diusulkan sebagai berikut:

$$\psi = 0.75 + 0.5 \frac{M_{max}}{M_n} \quad (3)$$

dengan M_{max} adalah momen maksimum balok akibat beban kerja.

Tegangan lentur nominal, M_n dapat didekati dengan menggunakan formula Whitney, yaitu: dalam perencanaan distribusi tegangan akhir dapat diganti dengan sebuah blok persegi ekuivalen yang mempunyai tinggi a dan tegangan tekan rata-rata sebesar $0.85 f_c'$ [6,11 dan 12], seperti ditunjukkan oleh Gambar 3, besarnya a adalah ξd yang ditentukan oleh nilai ξ sedemikian hingga luas blok persegi ekuivalen kurang lebih sama dengan blok tegangan yang berbentuk parabola. Nilai $0.85 f_c'$ untuk tegangan rata-rata dari blok tegangan persegi ekuivalen ini ditentukan berdasarkan hasil percobaan pada beton

berumur lebih dari 28 hari. Dan regangan maksimum yang diizinkan adalah 0.003 in/in. Metoda blok persegi ekuivalen usulan Whitney ini telah diterima oleh Peraturan ACI 318 [13] dan juga telah diadopsi oleh SNI 03-2847 [14].

Perhatikan Gambar 3, jika semua tulangan baja pada penampang seimbang diasumsikan leleh, dimana $f_s = f_y$ dan $f'_s = f_y$ (dengan f_s adalah tegangan pada baja tarik dan f'_s adalah tegangan baja tekan, dan f_y adalah tegangan baja leleh) maka resultante gaya internal tekan pada beton adalah,

$$C_c = 0.85 f'_c b \xi d \quad (4)$$

tekan pada baja adalah,

$$C_s = A'_s f_y \quad (5)$$

dimana,

f'_c adalah kuat tekan beton rencana,

A'_s adalah luas tulangan baja tekan.

Tarik pada baja adalah,

$$T = A_s f_y \quad (6)$$

Berdasarkan hukum keseimbangan gaya antara sisi tekan dan tarik,

$$C_c + C_s = T \quad (7a)$$

$$0.85 f'_c b \xi d + A'_s f_y = A_s f_y \quad (7b)$$

sehingga,

$$\xi = \frac{(A_s - A'_s) f_y}{0.85 f'_c b d} \leq 0.68 \quad (8a)$$

atau,

$$\xi = \frac{a}{d} \leq 0.68 \quad (8b)$$

Dengan demikian momen lentur nominal penampang balok beton bertulang persegi dapat diperoleh berdasarkan persamaan dibawah ini,

$$M_n = C_c \left(d - \frac{a}{2} \right) + C_s (d - d') \quad (9a)$$

dengan memasukkan Pers. (4), (5) dan Pers. (8b) ke dalam Pers. (9a) dan disusun kembali, maka momen nominalnya adalah

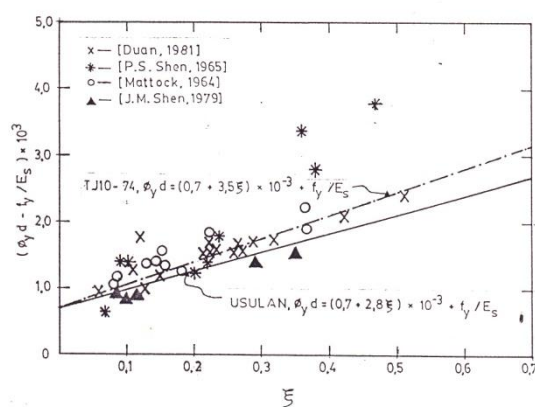
$$M_n = 0.85 f'_c b \xi d^2 \left(1 - \frac{\xi}{2} \right) + A'_s f_y (d - d') \quad (9b)$$

dimana ξ adalah faktor tinggi relatif pada bagian penampang tekan (lihat Gambar 3), b adalah lebar penampang persegi, d adalah tinggi efektif (jarak dari tepi serat tekan ekstrim hingga pusat berat baja tarik), d' adalah jarak dari tepi serat tekan ekstrim hingga pusat berat tulangan baja tekan.

Nilai a juga dapat diperoleh dengan pendekatan $\beta_1 c$, dimana nilai $\beta_1 = 0.85$ untuk beton dengan $f'_c \leq 30 \text{ MPa}$ dan telah ditentukan secara eksperimental nilainya berkurang 0.05 untuk setiap kenaikan 7 MPa dari f'_c yang melebihi 30 MPa . Namun nilai β_1 terkecil tidak boleh diambil lebih kecil dari 0.65 [6, 11, 12, 13 dan 14].

Dari penelitian Duan dkk [9] bahwa hubungan nilai kurvatur leleh (ϕ_y) dengan faktor tinggi relatif daerah tekan ξ dapat diekspresikan dalam bentuk hubungan aljabar linier, sebagaimana ditunjukkan oleh Gambar 4. Pada Gambar 4, dapat kita temui dua garis linear, garis putus-titik-putus diterapkan dalam Peraturan Perancangan Struktur Beton Bertulang China 1974 (TJ10-74), sedangkan garis tebal diusulkan untuk dipergunakan pada peraturan ACI dan SNI 03-2847, karena SNI 03-2847 merupakan adopsi dari ACI. Garis grafik putus-titik-putus diperoleh berdasarkan hasil pengujian dengan kubus beton, sedangkan grafik usulan untuk diterapkan dalam peraturan ACI dikonversikan ke dalam kekuatan silinder beton. Karena terdapat perbedaan pemakaian sampel uji beton, maka

dalam menentukan persamaan kekuatan lentur Pers. (2) antara kedua peraturan tersebut terdapat perbedaan dalam pemakaian nilai intensitas blok persegi ekuivalen, yaitu pada TJ10-74 nilai intensitas blok adalah $0.875f'_{cu}$ (f'_{cu} = tegangan tekan kubus beton), sedangkan ACI 318 atau SNI 03-2847 menggunakan $0.85f'_c$ (f'_c = tegangan tekan silinder beton, dimana besarnya adalah $0.8f'_{cu}$ hingga $0.85f'_{cu}$). Disamping itu juga terdapat variasi tingkat gaya internal terhadap tegangan-tegangan tekan ekuivalen.



Gambar 4. Hubungan antara kurvatur leleh dengan tinggi daerah desak relatif [9]

Secara umum, bila nilai ρ kecil pengaruh terhadap M_n juga kecil, hanya bila ρ mendekati ρ_{max} pengaruh terhadap nilai M_n akan terlihat lebih nyata. Karena perhitungan nilai M_n pada TJ10-74 dan ACI 318 memiliki karakter yang hampir sama, maka Dr. Duan dkk [9] mengusulkan Pers. (2) untuk diterapkan di ACI 318. Apabila nilai ξ ini dihitung berdasarkan peraturan ACI 318, maka diperoleh nilai $\xi_{ACI} = 1.25\xi_{TJ10}$. Bila kurvatur leleh initial antara ξ_{ACI} dan ξ_{TJ10} dianggap sama, maka hubungan antara kurvatur leleh,

ϕ_y , dan nilai tinggi relatif daerah tekan ξ pada TJ10-74 dapat dimodifikasi menjadi,

$$\phi_y d = (0.7 + 2.8\xi) 10^{-3} + \frac{f_y}{E_s} \quad (10)$$

dimana, E_s adalah modulus elastisitas baja yang besarnya $2 \times 10^5 MPa$.

Kekakuan Lentur pada Penampang-T, T-terbalik dan I.

Dari penelitian Duan dkk. [9] diperoleh bahwa kekakuan lentur pada penampang-T, T-terbalik dan I jauh lebih besar dibandingkan dengan penampang persegi pada jumlah tulangan, kuat tekan beton dan dimensi badan sama. Dengan demikian, nilai M_n yang diperoleh juga lebih besar, sedangkan nilai ξ dan ϕ_y lebih kecil dari penampang persegi, hal ini dipengaruhi oleh lebar sayap tekannya. Pers. (2) dapat juga diterapkan dalam menghitung kekuatan lentur penampang-T, sedangkan untuk penampang T-terbalik dan I Pers (2) perlu dimodifikasi, yaitu dengan memasukkan pengaruh sayap tarik γ ,

$$B'_d = (1 + 0.3\gamma)B_d = (1 + 0.3\gamma) \frac{M_n}{\psi \phi_y} \quad (11)$$

dimana,

$$\gamma = \frac{(b_i - b)h_f}{bd} \quad (12)$$

b_i adalah lebar sayap tarik dan h_f adalah tebal sayap tarik.

Pers. (11) dapat memperkirakan secara memadai nilai kekakuan lentur ($E_c I_e$) pada penampang-T, T-terbalik, I dan persegi untuk tulangan tunggal maupun tulangan ganda pada pembebanan sesaat.

PERHITUNGAN DAN PEMBAHASAN

Untuk menguji teori di atas maka pada bagian berikut ini disajikan sebuah

perbandingan hitungan defleksi balok beton bertulang antara formulasi ACI 318 dengan formulasi Pers. (11).

Kasus 1. Defleksi Balok Persegi.

Hitung defleksi seketika (*immediate deflection*) akibat beban mati dan hidup pada balok seperti diperlihatkan pada Gambar 5a hingga c. Pembebanannya merata seluruh balok, balok tertumpuh sederhana dengan bentang 22 m harus mendukung momen beban layan maksimum sebesar 407 kN-m akibat beban mati dan 680 kN-m akibat beban hidup. Mutu beton direncanakan sebesar $f'_c = 30$ MPa dengan nilai $n = 8$ dan tegangan baja leleh, $f_y = 300$ MPa. Dimensi balok tersebut adalah sebagai berikut: lebar balok, $b = 460$ mm, tinggi balok, $h = 1000$ mm, tinggi efektif, $d = 901$ mm tulangan yang dipakai adalah 12 - #35M (12 x 1000 = 12000 mm²).

1. Solusi didasarkan pada formula ACI 318 [13] dan SNI 03-2847 [14].

Prosedur perhitungan dengan metoda ACI 318 dan SNI 03-2847 secara detail dapat dilihat pada Park dan Paulay [6], Branson [7], Wang; Salmon dan Pincheira [11] dan Nawy [12].

(a). *Langkah pertama*, Cek terhadap tinggi minimum untuk mengetahui apakah defleksi perlu diperhitungkan

$$h = \frac{l}{20} = \frac{22000}{20} = 1100\text{mm} > 1000\text{mm}$$

perhitungan defleksi disyaratkan.

(b). *Langkah kedua*, hitung momen inersia brutto dan momen inersia penampang retak,

$$I_g = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}(460)(1000)^3 = 38333333333.33 \text{ mm}^4$$

Dengan menggunakan nilai perbandingan elastisitas $n = 8$, maka posisi garis netral untuk penampang retak tertransformasinya adalah

$$\frac{460x^2}{2} = 96000(901 - x)$$

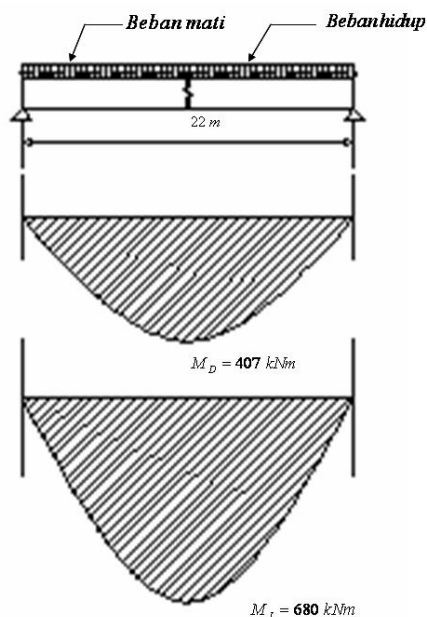
$$x^2 + 417.4 x - 376077.4 = 0$$

$$x = 439 \text{ mm}$$

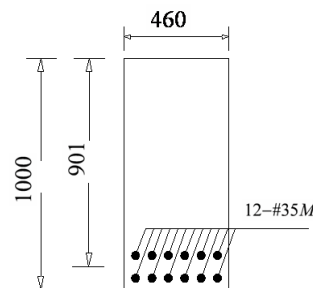
$$I_{cr} = \frac{1}{3}(460)(439)^3 + 96000(901 - 439)^2 = 33463316913.33 \text{ mm}^4$$

(c). *Langkah ketiga*, hitung momen inersia efektif, I_e yang tergantung pada momen lentur M_{cr} yang menyebabkan retak pada sisi serat tarik,

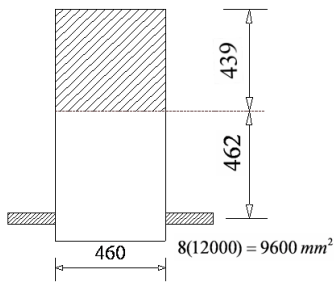
$$f_r = 0.62\sqrt{f'_c} = 0.62\sqrt{30} = 3.396 \text{ MPa}$$



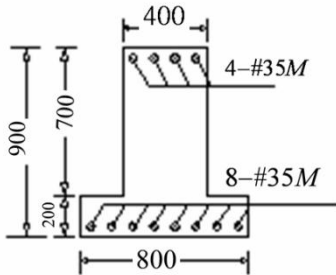
(a). Balok tumpuan sederhana yang mendukung aksi momen mati dan hidup



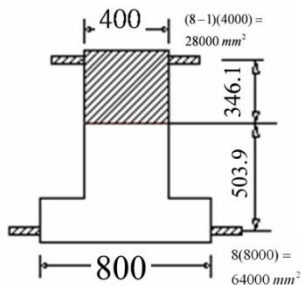
(b). Penampang balok tengah balok persegi.



(c). Penampang retak balok persegi



(d). Penampang balok T-terbalik



(e). Penampang retak balok T-terbalik

Gambar 5. Balok untuk contoh hitungan berdasarkan metoda ACI 318 [13] dan SNI 02-2847 [14]

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{3.396(38333333333.33)}{\frac{1}{2}(1000)}$$

$$M_{cr} = 260.36 \text{ kN} - m$$

Catatan: nilai y_t adalah $h/2$, h adalah tinggi balok.

$$\frac{M_{cr}}{M_{max}} = \frac{260.36}{407} \text{ (untuk beban mati saja)}$$

$$\frac{M_{cr}}{M_{max}} = 0.640$$

$$\left(\frac{M_{cr}}{M_{max}} \right)^3 = 0.262$$

Dari Pers (9-8) ketentuan ACI atau SNI 03-2847 Pers.(12), momen inersia efektifnya adalah,

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}} \right)^3 \right] I_{cr}$$

$$I_e = 0.262(38333333333.33) + (1 - 0.262)(33463316913.33)$$

$$I_e = 34739261215.37 \text{ mm}^4$$

$$E_c = 0.043 w_c^{1.5} \sqrt{f_c'} = 0.043(2400)^{1.5} \sqrt{30}$$

$$E_c = 27691.47 \text{ MPa}$$

dimana, w_c adalah berat jenis beton bertulang yang besarnya 2400 kg/m^2 .

(d). Langkah keempat, hitung defleksi seketika akibat beban mati adalah,

$$(\Delta_i)_D = \frac{5ML^2}{48E_c I_e} = \frac{5(407)(10^6)(22 \times 1000)^2}{48(27691.47)(34739261215.37)}$$

$$(\Delta_i)_D = 21.33 \text{ mm}$$

(e). Langkah kelima, hitung momen maksimum yang disebabkan oleh beban layan mati dan hidup,

$$M_{max} = 680 + 407 = 1087 \text{ kN} - m$$

$$\frac{M_{cr}}{M_{max}} = \frac{260.36}{1087} \text{ (beban mati + hidup)} = 0.240$$

$$\left(\frac{M_{cr}}{M_{max}} \right)^3 = 0.014$$

$$I_e = 0.014(38333333333.33) + (1 - 0.014)(33463316913.33)$$

$$I_e = 33531497143.21 \text{ mm}^4$$

(f). *Langkah keenam*, hitung defleksi seketika akibat beban mati tambah beban hidup,

$$(\Delta_i)_{D+L} = \frac{5ML^2}{48E_c I_e}$$

$$(\Delta_i)_{D+L} = \frac{5(1087)(10^6)(22 \times 1000)^2}{48(27691.47)(33531497143.21)}$$

$$(\Delta_i)_{D+L} = 59.02 \text{ mm}$$

(g). *Langkah ketujuh*. hitung defleksi seketika akibat beban hidup,

$$(\Delta_i)_{L-ijin} = \frac{L}{360} = \frac{22000}{360} = 61.11 \text{ mm}$$

$$(\Delta_i)_{D+L} - (\Delta_i)_D = 59.02 - 21.33$$

$$(\Delta_i)_{D+L} = 37.69 \text{ mm} < (\Delta_i)_{L-ijin}$$

2. Solusi didasarkan pada Persamaan (11).

(a). *Langkah pertama*, hitung faktor tinggi relatif blok persegi ekuivalen dengan Pers. (8a) dan momen nominal dengan Pers. (9b),

$$\xi = \frac{12000(300)}{0.85(30)(460)(901)} = 0.341$$

$$M_n = 0.85(30)(460)(0.341)(901)^2 \left(1 - \frac{0.341}{2}\right)$$

$$M_n = 2693.51 \text{ kN-m}$$

(b). *Langkah kedua*, hitung hubungan antara kurvatur leleh dan tinggi relatif blok tekan dengan Pers. (10),

$$\phi_y d = [0.7 + 2.8(0.341)](10^{-3}) + \frac{300}{200000}$$

$$\phi_y d = 0.0031548$$

dan hitung faktor modifikasi nilai kekakuan balok beton bertulang akibat beban mati berdasarkan Pers. (3),

$$\psi = 0.75 + 0.5 \frac{407}{2693.51} = 0.826$$

(c). *Langkah ketiga*, hitung kekakuan lenturnya. Karena baloknya merupakan penampang

persegi, sehingga efek sayap tariknya adalah nol sehingga Pers. (11) sama dengan Pers. (2).

$$E_c I_c = \frac{2693.51 \times 10^6 (901)}{0.826(0.0031548)}$$

$$E_c I_c = 9.313041 \times 10^{14} \text{ mm}^2 - N$$

dan hitung defleksi seketika akibat beban mati.

$$(\Delta_i)_D = \frac{5ML^2}{48E_c I_e}$$

$$(\Delta_i)_D = \frac{5(407)(10^6)(22 \times 1000)^2}{48(9.313041 \times 10^{14})}$$

$$(\Delta_i)_D = 22.03 \text{ mm}$$

(d). *Langkah keenam*, hitung defleksi seketika akibat beban hidup dan mati dengan menggunakan prosedur diatas,

$$\psi = 0.75 + 0.5 \frac{1087}{2693.51} = 0.952$$

dan,

$$E_c I_c = \frac{2693.51 \times 10^6 (901)}{0.952(0.0031548)}$$

$$E_c I_c = 8.08043 \times 10^{14} \text{ mm}^2 - N$$

$$(\Delta_i)_{D+L} = \frac{5ML^2}{48E_c I_e}$$

$$(\Delta_i)_{D+L} = \frac{5(1807)(10^6)(22 \times 1000)^2}{48(8.08043 \times 10^{14})}$$

$$(\Delta_i)_{D+L} = 67.82 \text{ mm}$$

(e). *Langkah ketujuh*, hitung defleksi seketika akibat beban hidup.

$$(\Delta_i)_L = (\Delta_i)_{D+L} - (\Delta_i)_D$$

$$(\Delta_i)_L = 67.82 - 22.03$$

$$(\Delta_i)_L = 45.79 \text{ mm} < (\Delta_i)_{L-ijin}$$

Kasus 2. Defleksi Balok T-terbalik.

Semua data yang digunakan untuk menghitung defleksi seketika (*immediate deflection*) pada balok T-terbalik ini sama dengan kasus 1. Lebar stem $b_w = 400$ mm, lebar sayap sisi tarik $b = 800$ mm. Tinggi balok $h = 900$ mm, tebal pelat tarik $t_f = 200$ mm dan tinggi efektif $d = 850$ mm. Tulangan yang dipakai adalah 4 - #35M (4 x 1000 = 4000 mm²) pada sisi tekan dan pada sisi tarik dipakai 8 - #35M (8 x 1000 = 8000 mm²), untuk lebih lengkapnya lihat Gambar 5d dan e.

2. Solusi didasarkan pada formula ACI 318 [13] dan SNI 03-2847 [14].

Prosedur perhitungan dengan metoda ACI 318 dan SNI 03-2847 secara detail dapat dilihat pada Park dan Paulay [6], Branson [7], Wang; Salmon dan Pincheira [11] dan Nawy [12].

(a). *Langkah pertama*, Cek terhadap tinggi minimum untuk mengetahui apakah defleksi perlu diperhitungkan

$$h = \frac{l}{20} = \frac{22000}{20} = 1100 \text{ mm} > 900 \text{ mm}$$

perhitungan defleksi disyaratkan.

(b). *Langkah kedua*, hitung momen inersia brutto dan momen inersia penampang retak dimana

$$h_1 = 900 - 200 = 700 \text{ mm}$$

$$y_a = \frac{400(700) \frac{700}{2} + 800(200) \left(\frac{200}{2} + 700 \right)}{400(700) + 800(200)}$$

$$y_a = 513.64 \text{ mm}$$

$$y_b = 900 - 513.636 = 386.36 \text{ mm}$$

$$b_e = 800 - 400 = 400 \text{ mm}$$

$$I_g = \frac{1}{3} (400)(513.64^3 + 386.36^3) + \frac{1}{12} (400)(200^3) + (400)(200)(386.36 - \frac{200}{2})^2$$

$$I_g = 32584848490.667 \text{ mm}^4$$

Dengan menggunakan nilai perbandingan elastisitas $n = 8$, maka posisi garis netral

untuk penampang retak tertransformasinya adalah

$$\frac{400x^2}{2} + (8-1)(4000)(x-50) = 8(8000)(850-x)$$

$$x^2 + 460x - 279000 = 0$$

$$x = 346.10 \text{ mm}$$

$$I_{cr} = \frac{1}{3} (400)(346.1)^3 + 64000(850 - 346.1)^2 + (8-1)(4000)(346.1 - 50)^2$$

$$I_{cr} = 24233167477467 \text{ mm}^4$$

(c). *Langkah ketiga*, hitung momen inersia efektif, I_e yang tergantung pada momen lentur M_{cr} yang menyebabkan retak pada sisi serat tarik,

$$f_r = 0.62 \sqrt{f'_c} = 0.62 \sqrt{30} = 3.396 \text{ MPa}$$

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t}$$

$$M_{cr} = \frac{3.396(32584848490.667)}{386.36}$$

$$M_{cr} = 286.40 \text{ kN-m}$$

$$\frac{M_{cr}}{M_{\max}} = \frac{286.4}{407} \text{ (untuk beban mati saja)}$$

$$\frac{M_{cr}}{M_{\max}} = 0.703$$

$$\left(\frac{M_{cr}}{M_{\max}} \right)^3 = 0.347$$

Dari Pers (9-8) ketentuan ACI atau SNI 03-2847 Pers.(12), momen inersia efektifnya adalah,

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_{\max}} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{\max}} \right)^3 \right] I_{cr}$$

$$I_e = 0.347(3.25 \times 10^{10}) + (1 - 0.262)(2.44 \times 10^{10}) = 2.71 \times 10^{10} \text{ mm}^4$$

$$E_c = 0.043 w_c^{1.5} \sqrt{f'_c} = 0.043(2400)^{1.5} \sqrt{30} = 27691.47 \text{ MPa}$$

dimana, w_c adalah berat jenis beton bertulang yang besarnya 2400 kg/m^3 .

(d). *Langkah keempat*, hitung defleksi seketika akibat beban mati adalah,

$$(\Delta_i)_D = \frac{5ML^2}{48E_c I_e}$$

$$(\Delta_i)_D = \frac{5(407)(10^6)(22 \times 1000)^2}{48(27691.47)(27134783050.529)}$$

$$(\Delta_i)_D = 27.30 \text{ mm}$$

(e). *Langkah kelima*, hitung momen maksimum yang disebabkan oleh beban layan mati dan hidup,

$$M_{\max} = 680 + 407 = 1087 \text{ kN-m}$$

$$\frac{M_{cr}}{M_{\max}} = \frac{286.4}{1087} (\text{beban mati} + \text{hidup}) = 0.263;$$

$$\left(\frac{M_{cr}}{M_{\max}} \right)^3 = 0.018$$

$$I_e = 0.018(32584848490.667) + (1 - 0.018)(24233167477.467)$$

$$I_e = 24385096639.979 \text{ mm}^4$$

(f). *Langkah keenam*, hitung defleksi seketika akibat beban mati tambah beban hidup,

$$(\Delta_i)_{D+L} = \frac{5ML^2}{48E_c I_e}$$

$$(\Delta_i)_{D+L} = \frac{5(1087)(10^6)(22 \times 1000)^2}{48(27691.47)(24385096639.979)}$$

$$(\Delta_i)_{D+L} = 81.15 \text{ mm}$$

(g). *Langkah ketujuh*. hitung defleksi seketika akibat beban hidup,

$$(\Delta_i)_{L-ijin} = \frac{L}{360} = \frac{22000}{360} = 61.11 \text{ mm}$$

$$(\Delta_i)_{D+L} - (\Delta_i)_D = 81.15 - 27.30$$

$$(\Delta_i)_{D+L} - (\Delta_i)_D = 53.85 \text{ mm} < (\Delta_i)_{L-ijin}$$

3. Solusi didasarkan pada Persamaan (11).

(a). *Langkah pertama*, hitung faktor tinggi relatif blok persegi ekuivalen dengan Pers.

(8a) dan momen nominal dengan Pers. (9b),

$$\xi = \frac{(8000 - 4000)(300)}{0.85(30)(400)(850)} = 0.138$$

$$M_n = 0.85(30)(400)(0.138)(850)^2 \left(1 - \frac{0.138}{2}\right) + 4000(300)(850 - 50)$$

$$M_n = 1909.41 \text{ kN-m}$$

(b). *Langkah kedua*, hitung hubungan antara kurvatur leleh dan tinggi relatif blok tekan dengan Pers. (10),

$$\phi_y d = [0.7 + 2.8(0.138)](10^{-3}) + \frac{300}{200000}$$

$$\phi_y d = 0.002588$$

(c). *Langkah ketiga*, hitung faktor modifikasi nilai kekakuan balok beton bertulang akibat beban mati berdasarkan Pers. (3),

$$\psi = 0.75 + 0.5 \frac{407}{1909.41} = 0.857$$

(d). *Langkah keempat*, hitung kekakuan lenturnya. Karena baloknya merupakan penampang T-terbalik, maka efek saysehingga efek sayap tarik harus diperhitungkan sesuai Pers. (11),

$$\gamma = \frac{(800 - 400)(200)}{400(850)} = 0.235$$

$$E_c I_c = [1 + 0.3(0.235)] \frac{1909.41 \times 10^6 (850)}{0.857(0.002588)}$$

$$E_c I_c = 7.839 \times 10^{14} \text{ mm}^2 - N$$

(e). *Langkah kelima*, hitung defleksi seketika akibat beban mati.

$$(\Delta_i)_D = \frac{5ML^2}{48E_c I_e}$$

$$(\Delta_i)_D = \frac{5(407)(10^6)(22 \times 1000)^2}{48(7.839 \times 10^{14})}$$

$$(\Delta_i)_D = 26.17 \text{ mm}$$

(f). *Langkah keenam*, hitung defleksi seketika akibat beban hidup dan mati dengan menggunakan prosedur diatas,

$$\psi = 0.75 + 0.5 \frac{1087}{1909.41} = 1.035$$

dan,

$$E_c I_c = [1 + 0.3(0.235)] \frac{1909.41 \times 10^6 (850)}{1.035(0.002588)}$$

$$E_c I_c = 6.490 \times 10^{14} \text{ mm}^2 - N$$

$$(\Delta_i)_{D+L} = \frac{5ML^2}{48E_c I_c}$$

$$(\Delta_i)_{D+L} = \frac{5(1807)(10^6)(22 \times 1000)^2}{48(6.490 \times 10^{14})}$$

$$(\Delta_i)_{D+L} = 84.44 \text{ mm}$$

(g). Langkah ketujuh, hitung defleksi seketika akibat beban hidup.

$$(\Delta_i)_L = (\Delta_i)_{D+L} - (\Delta_i)_D$$

$$(\Delta_i)_L = 88.44 - 26.17$$

$$(\Delta_i)_L = 58.27 \text{ mm} < (\Delta_i)_{L-ijin}$$

Dari analisis di atas, dapat diketahui bahwa langkah-langkah perhitungan dengan Pers.(11) jauh lebih sederhana dibanding dengan cara ACI 318 atau SNI 03-2847. Hasil perhitungan defleksi sesaat akibat beban hidup untuk penampang persegi berdasarkan formulasi ACI 318 dan SNI 03-2847 adalah 37.69 mm, sedangkan berdasarkan Pers. (11) adalah sebesar 45.79 mm. Untuk balok T-terbalik defleksi sesaat akibat beban hidup adalah 53.85 mm berdasarkan metode ACI 318 dan SNI 03-2847, sedangkan berdasarkan Pers. (11) diperoleh 58.27 mm. Kedua metode ini masih memperlihatkan bahwa defleksi sesaat akibat beban hidup yang timbul masih dibawah yang diijinkan.

Hasil hitungan defleksi berdasarkan Pers. (11) pada penampang persegi memperlihatkan 21.49% lebih besar dari metoda ACI 318 atau SNI 03-2847, demikian juga untuk balok penampang T-terbalik Persamaan (11) memberikan 8.21% lebih besar dari hasil

hitungan menurut ketentuan ACI 318 atau SNI 03-2847. Hasil analisis memperlihatkan bahwa Pers. (11) memberikan nilai lebih konservatif, dengan demikian sangat tepat digunakan untuk mengestimasi besarnya defleksi yang timbul pada balok beton bertulang akibat beban luar yang beraksi. Karena defleksi yang berlebihan yang terjadi pada balok beton bertulang dapat menyebabkan kerusakan pada elemen non-struktural. Dengan nilai defleksi yang terprediksi lebih konservatif dapat mencegah terjadinya kerusakan pada elemen-elemen non-struktural, dan juga sekaligus mengantisipasi risiko yang timbul akibat faktor-faktor ketidakpastian dalam perancangan.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil studi perbandingan di atas terlihat bahwa kekakuan lentur yang diperlihatkan pada Pers. (11) jauh lebih praktis dalam aplikasi dan nilai defleksi yang diperoleh lebih konservatif dibandingkan dengan ACI 318 dan SNI 03-2847. Hal ini dapat mengantisipasi faktor-faktor ketidakpastian yang timbul pada penggunaan metode kekuatan batas. Karena pada penggunaan metode kekuatan batas dapat menghasilkan elemen struktur balok beton bertulang yang langsing, dengan demikian kontrol terhadap kemampuan layan (*serviceability limit state*) dengan hasil konservatif sangatlah dianjurkan. Semakin konservatif nilai yang diberikan akan memberikan tingkat kenyamanan yang lebih tinggi bagi para pemakainya.

REFERENSI

1. Morisco. (1986). "Inelastic Behavior of Steel Beam-Columns." Ph.D. Thesis, City University, London.
2. Morisco. (1990). "Distribusi Tegangan Tekan Balok Beton pada Beban Batas." Makalah Seminar *Permasalahan Mekanika*

- Bahan di Indonesia*, Pusat Antar Universitas Ilmu Teknik, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta, 12-13 Pebruari.
3. Morisco. (1990). "Metoda Analisis Kuat Batas Batang Tekan." Makalah Kursus Singkat *Mekanika Bahan Lanjutan*, Pusat Antar Universitas Ilmu Teknik, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta, 4-17 Juli.
 4. Chen, W. F. dan Atsuta, T. (1977). *Theory of Beam-Columns, Vol. 2. Space Behaviour and Design*. McGraw-Hill, New York.
 5. Espion, B dan Halleux, P. (1990). "Long-term Deflection of Reinforced Concrete Beams: Reconsiderations of Their Variability." *ACI Structural Journal*, 87(2), Mar-Apr, hal. 232-236.
 6. Park, R dan Paulay, T. (1975). *Reinforced Concrete Structures*, John Wiley & Sons, New York.
 7. Bronson, D. E. (1977). *Deformation of Concrete Structures*. McGraw-Hill Inc. New York.
 8. El-Metwally dan Chen, W. F. (1989). "Load-Deformation Relations for Reinforced Concrete Sections." *ACI Structural Journal*, 86(2), Mar-Apr., hal.163-167.
 9. Duan, L.; Wang. F. M., dan Chen, W. F. (1989). "Flexural Rigidity of Reinforced Concrete Members." *ACI Structural Journal*, 86(4), Jul-Aug., hal. 419-427.
 10. Roark, R. J. dan Young, W.C. (1975). *Formulas for Stress and Strain*. 5th edition, McGraw-Hill Kogakusha, Japan.
 11. Wang, C.K.; Salmon, C.G. dan Pincheira, J. A. (2007). *Reinforced Concrete Design*. 7th edition, John Wiley & Sons, Inc.
 12. Nawy, E. G. (1985). *Reinforced Concrete – A Fundamental Approach*. Prentice-Hall, Inc.
 13. ACI Committee 318 (2011). "Building Code Requirement for Structural Concrete (ACI 318M-11) and Commentary (ACI 318MR-11)." American Concrete Institute. Farmington Hills, Mich. 2011. 503 pp.
 14. Standar Nasional Indonesia "Tata Cara Perhitungan Struktur Beton untuk Bangunan Gedung (SNI 03 – 2847 – 2002)." ITS Press. Surabaya.