

MODEL MATEMATIS PROBABILITAS KERUSAKAN GRANULA AKIBAT PEMBEBANAN BERULANG

Salman

Jurusan Teknik Mesin, Universitas Mataram,
Jl. Majapahit No.62, Mataram-NTB, 83125
salmanrm@yahoo.com.

ABSTRAK

Perhitungan probabilitas kerusakan granula masih kompleks karena tidak memungkinkannya memasukkan semua parameter dalam satu model matematis.

Selama ini posisi titik kontak pada penelitian probabilitas kerusakan untuk granula bulat pada saat uji pembebanan berulang diabaikan. Sejumlah peneliti menganggap seluruh permukaan granula adalah homogen. Kenyataannya struktur mikro dan sifat mekanik di tiap titik pada granula terdistribusi secara random.

Distribusi struktur mikro ini mempengaruhi sifat probabilitas kerusakan akibat pembebanan berulang di bawah titik kritis.

Karena itu probabilitas kerusakan pada butiran atau granula akibat pembebanan berulang dengan memperhitungkan posisi titik kontak selama pembebanan sangat penting dipelajari. Hal ini berguna bagi para peneliti agar memperhitungkan distribusi sifat mekanik dan struktur mikro pada badan granula saat pengujian. Baik pengujian sifat mekanik, kimiawi dan fisik akibat perlakuan pengujian.

Sebuah model matematis dipaparkan guna menentukan nilai probabilitas kerusakan pada granula akibat beban dampak berulang dengan memperhitungkan posisi titik kontak. Selain itu juga memperoleh parameter baru dari model matematis tersebut yang berkaitan dengan posisi titik kontak selama pembebanan berulang pada granula. Persamaan matematis diuji secara numerik dan divalidasi melalui eksperimen.

Kata kunci: Probabilitas kerusakan, Granula, Model matematis, Titik kontak, Pembebanan berulang

ABSTRACT

Determination of the breakage probability of granules is still complex due to difficulties in involving all parameters in a simple mathematical model.

Recently the position of the contact points are deserted in determining the breakage probability of spherical granules during the repeated stressing test. Some researchers consider the entire surface of the granules was homogeneous. In fact the microstructure and mechanical properties at each point on the granules are distributed randomly.

Distribution of the microstructure affects the nature of the breakage probability due to repeated stressing below the critical point. Therefore the breakage probability of granules due to repeated loading by taking into account the contact points is an important study.

The presented mathematical model in this research can determine the value of the breakage probability of granules due to repeated stressing by taking into account the position of contact points. The model provides a new parameter that represents the position of the contact points during repeated stressing on the granules. Mathematical equation is tested numerically and validated by experiment.

Keywords : Breakage probability, granule, Mathematical model, Kontak point, Repeated stressing

PENDAHULUAN

Latar belakang

Kerusakan yang tidak diinginkan bisa terjadi pada granula saat pengolahan dan proses transportasi, di mana granula mendapatkan sejumlah pembebanan (*stressing*) berulang. Akibatnya pecah bisa terjadi pada granula di bawah nilai kritis. Perilaku pecah berkaitan dengan nilai probabilitas kerusakan selama pembebanan. Sejumlah model perhitungan probabilitas kerusakan telah dikembangkan (Antonyuk dkk, 2005; Pitchumani dkk, 2001; Beekman dkk, 2003; dan Petukhov dkk, 2004). Yang membedakan dari semua jenis model tersebut adalah parameter dalam fungsi persamaannya.

Menurut Aman dkk (2011) tidak ada model yang bisa mencakup semua parameter yang mungkin terlibat dalam perhitungan probabilitas kerusakan granula. Perhitungan ini kompleks karena adanya perbedaan pada material uji disertai bawaan sifatnya, bentuk sampel, dan spesifikasi alat uji.

Karena itu pembuatan model baru dengan parameter yang terlibat dalam persamaan masih terus memungkinkan dikembangkan. Tulisan berikut ini juga akan mengembangkan sebuah model matematis mengenai probabilitas kerusakan pada granula yang mengalami pembebanan berulang. Model ini adalah baru. Karena melibatkan parameter cara perlakuan pengujian melalui pengaturan titik kontak impak pada permukaan granula.

Permasalahan yang diteliti adalah perilaku probabilitas kerusakan pada butiran atau granula akibat pembebanan berulang dengan memperhatikan posisi titik kontak selama pembebanan.

Selama ini posisi titik kontak pada permukaan granula diabaikan dengan menganggap seluruh permukaan granula adalah homogen. Homogen artinya sifat mekanik dan fisis tiap titik dianggap sama. Kenyataannya tiap titik pada permukaan granula memiliki kemungkinan sifat mekanik berbeda disebabkan sifat struktur mikro seperti ikatan antar partikel utama, ukuran pori penyusun dan arah dislokasi. Hal ini mempengaruhi sifat probabilitas kerusakan akibat pembebanan berulang di bawah titik kritis (*fatiq*).

Untuk menganalisa hal tersebut maka penulis mengembangkan sebuah model matematis yang akan memberikan nilai

probabilitas pecah pada granula. Model tersebut melibatkan parameter yaitu jumlah granula, jumlah pembebanan dan posisi titik kontak.

Permasalahan ini diatasi dengan membuat model matematis probabilitas kerusakan, lalu diuji dengan uji numerik dan divalidasi dengan uji lab.

Tujuan penelitian

Tujuan penelitian ini adalah:

- Mengembangkan sebuah model matematis yang bisa menentukan nilai probabilitas kerusakan pada granula akibat stress impak berulang dengan memperhitungkan posisi titik kontak.
- Memperoleh parameter baru dari model matematis tersebut yang berkaitan dengan posisi titik kontak selama pembebanan berulang para granula.

Landasan Teori

Butiran atau granula adalah butir-butir berbentuk bulat yang memiliki bobot maksimal 30 mg dan memiliki kandungan zat aktif minimal sebesar 1 mg (Syamsuni, 2006). Sejumlah model *fitting* untuk data eksperimen telah dikembangkan banyak peneliti (Kalman dkk, 2004; Pitchumani dkk, 2001; Antonyuk dkk, 2005; Beekman dkk, 2003; Petukhov dkk, 2004 dan Tavares dkk, 2007). Model-model tersebut menjelaskan perilaku pecah pada granula yang diberi *stressing* atau beban, baik berupa tekan maupun impak. Namun model-model tersebut belum bisa memperhitungkan semua parameter yang bisa mempengaruhi perilaku pecah granula.

Bahkan pada ukuran butir yang sama, gaya pecah (*breakage force*, gaya yang mengakibatkan butiran pecah) dan energi statis, semuanya terdistribusi secara random pada granula (Aman dkk, 2011). Sifat mekanik dan agen pengikat antar partikel primer terdistribusi di granula. Meski dengan proses produksi yang sama, tegangan tarik dari tiap granula ternyata berbeda tergantung pada struktur mikro penyusunnya (Aman dkk, 2011 dan Russel, 2013). Struktur mikro dari granula dipengaruhi oleh distribusi dan orientasi dari ikatan-ikatan antar partikel primer, arah retak dan ukuran butir penyusun yang tak homogen (Pitchumani dkk, 2001). Akibatnya, sifat-sifat mekanik pada tiap granula bisa berbeda meski dengan ukuran granula yang seragam

(Pitchumani dkk, 2001). Perilaku-perilaku ini berperan terhadap ketahanan pecah sebuah granula.

Melalui eksperimen, probabilitas kerusakan granula tergantung pada sifat material granula, unit sistem pemrosesan, dan parameter pembebanan. Untuk men-fit-kan data eksperimen peneliti umumnya menggunakan distribusi Weibull. Pendekatan ini diterapkan untuk mendapatkan hasil probabilitas sebagai persentase dari jumlah partikel yang rusak.

Fungsi persamaan model dari probabilitas kerusakan dapat didefinisikan sebagai probabilitas kumulatif yaitu komplemen fungsi distribusi yang merupakan fungsi *stretched exponential* (Weibull, 1939). Statistik Weibull didasarkan pada prinsip link z terlemah dari sebuah mata rantai pembebanan (stressing) σ yang kemungkinan akan pecah pada beban σ_s . Oleh karena itu model Weibull dapat digambarkan sebagai fungsi beban atau stress secara umum.

$$P = 1 - \exp \left[z \left(\frac{\sigma}{\sigma_s} \right)^m \right] \quad (4)$$

Probabilitas kerusakan P pada granula melibatkan beberapa parameter seperti parameter korelasi m .

Berdasarkan pada bentuk butiran, Rumph (1973) memberikan fungsi persamaan kerusakan sebagai fungsi energi regangan elastik yang tersimpan per satuan volume W_v dari partikel dan ukuran awal partikel d . Menurut Rumph persamaan pecahnya partikel dipenuhi pada $W_v d = \text{const}$. Sehingga model kerusakan dapat dijelaskan melalui karakteristik sepanjang garis retak. Rasio panjang retak dan ukuran awal partikel harus konstan untuk memenuhi keseragaman geometri.

Berdasarkan prinsip keseragaman Rumph ini, Weichert (1991) mengembangkan statistik Weibull untuk mendapatkan model kerusakan partikel getas elastik. Panjang lingkaran kontak area berbanding lurus dengan ukuran partikel d . Hasilnya distribusi probabilitas kerusakan P adalah fungsi dari ukuran partikel dan massa per energi pada saat pecah W_m .

Persamaan yang identik juga diperoleh Agba dkk (2002) melalui eksperimen impact pada sebuah butiran. Sebuah hubungan antar

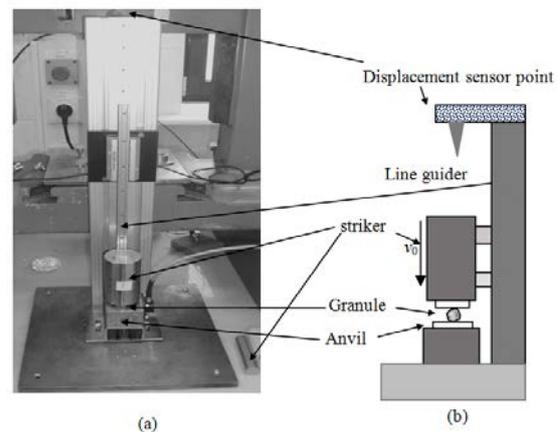
jumlah butiran yang pecah dan kecepatan impact v didapat melalui dua parameter cp dan m dari distribusi kumulatif Weibull.

$$P = 1 - \exp \left[- \left(\frac{v}{c_p} \right)^m \right] \quad (5)$$

Model-model yang dikembangkan tersebut belum mampu mawadahi semua parameter yang mungkin terlibat dalam probabilitas pecahnya suatu granula akibat pembebanan berulang.

METODE PENELITIAN

Alat yang digunakan adalah uji impact kecepatan 2 – 65 m/detik (lihat Gambar 1).



Gambar 1 Alat uji impact.

Bahan uji adalah granula aluminium oksida (Al_2O_3) ukuran 1,6-3 mm.

Tahap-tahap penelitian meliputi:

Membuat model matematis probabilitas kerusakan

Model yang dibuat adalah persamaan matematis yang merupakan fungsi dari jumlah impact i , jumlah sampel n , probabilitas pecah pada event pembebanan p , dan sebuah simbol parameter sebagai representasi pengaturan posisi titik kontak. Nilai parameter ini digunakan untuk menentukan nilai probabilitas kerusakan. Model matematis ini digunakan untuk menghitung probabilitas kerusakan.

Uji numerik

Model matematis diujicobakan pada uji numerik menggunakan metode Monte Carlo. Software yang digunakan adalah Program MATLAB.

Uji impact

Uji impak merupakan validasi dari uji numerik. Granula diletakkan pada alat impak, lalu beban dilepas dan mengenai permukaan granula. Perlakuan dilakukan dalam dua tipe, yaitu titik kontak diatur tetap dan tak tetap, keduanya diulang sampai 10 kali.

Data eksperimen di-fit-kan menggunakan model matematis beserta paramater baru di fungsi persamaan model tersebut. Hasilnya adalah probabilitas kerusakan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Model Matematis

Dalam menentukan probabilitas pecah pada granula yang mengalami stress berulang maka perlu ditetapkan bahwa probabilitas pecah berubah seiring bertambahnya pembebanan. Karena itu probabilitas pecah pada awal stress $w(1)$ bisa ditulis:

$$w(i) = w(i-1) \cdot q = w_0 \cdot q^i \quad (6)$$

Di mana w_0 adalah probabilitas awal.

Untuk setiap granula, granula akan pecah pada pengulangan event i . Pada Model yang dikembangkan ini jumlah grnaula yang pecah N_{nb} setelah stress awal adalah:

$$N_{nb} = N \cdot (1 - w_0 \cdot q) \quad (7)$$

Di mana N adalah jumlah total granula yang diuji.

Jumlah grnaula yang tak pecah setelah stress berikutnya adalah :

$$N_{nb} = N \cdot (1 - w_0 \cdot q) \cdot (1 - w_0 q^2) \quad (8)$$

$$N_{nb} = N \cdot (1 - w_0 q^i) \quad (9)$$

Sehingga jumlah grnaula yang pecah adalah

$N_b(i)$:

$$N_b(i) = N - N_{nb}(i) \quad (10)$$

$$P(i) = N_b(i) / N \quad (11)$$

Persamaan (11) berkaitan dengan kinetik grinding pada orde pertama. Jumlah granula yang pecah δN_b per satuan waktu δt adalah jumlah granula pecah N_b [25].

Dengan $N_b = N - N_{nb}$

$$\frac{d(N - N_{nb})}{dt} = k \cdot N_b \quad (12)$$

$$-\frac{dN_{nb}}{dt} = k \cdot N_{nb} \quad (13)$$

$$\log N_{nb} = (C - kt) \quad (14)$$

$$N_{nb} = C \exp(-kt) \quad (15)$$

$$N_{nb}(t = 0) = NC \rightarrow N \quad (16)$$

$$N_b = N - N_{nb} = N - N \exp(-kt) \quad (17)$$

Dimana k adalah kecepatan dengan satuan $1/t$ waktu⁻¹ konstan. Sehingga pers. (17) menjadi

$$N_b(t) = N(1 - \exp(-t \cdot k)) \quad (18)$$

$$P(t) = N_b / N \cong P(i) \quad (19)$$

$$P(i) = 1 - \exp(-i \cdot \alpha) \quad (20)$$

Di lain pihak menurut pers. (10) rasio $w(i+1)/w(i) = q$. Dengan demikian sifat grnaula uyang mengalami stress berulang dapat di-fit-kan menggunakan parameter q . Fit menggunakan q mencakup kecenderungan granula untuk melemah disebabkan oleh akumulasi kerusakan dan peningkatan kekuatan ganula.

Parameter q bekerja dengan baik pada uji numerik menggunakan Monte-Carlo.

Uji numerik

Penentuan probabilitas kerusakan granula menggunakan uji numerik dilakukan dengan cara mengolah data simulasi Monte-Carlo yang difitkan menggunakan model matematis.

Uji numerik mensimulasikan stress berulang pada sampel berjumlah banyak (>10.000 sampel). Selanjutnya probabilitas kerusakan diperoleh melalui data fit Weibul. Hasilnya, uji numerik menunjukkan adanya akumulasi kerusakan pada titik kontak granula. Ini berkaitan dengan perlakuan titik kontak fix dan random.

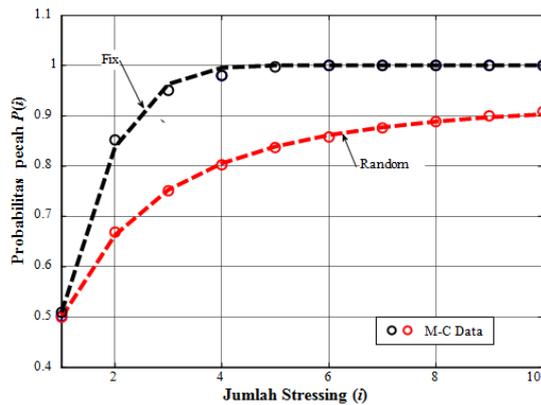
Granula dengan perlakuan posisi fix atau tetap memiliki probabilitas pecah lebih tinggi dibanding pada perlakuan posisi secara random selama stress berulang (lihat Gambar 2)

Tingginya probabilitas pecah pada posisi fix disebabkan adanya akumulasi kerusakan pada titik kontak pada perlakuan possisi fix.

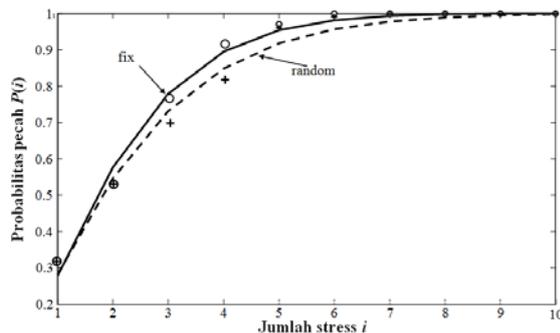
Selanjutnya hasil simulasi tersebut divaildasi menggunakan uji impak.

Uji impak

Stress berulang granula aluminium oksida $\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3$ (1.6-3.0 mm) dilakukan dalam dua perlakuan yaitu titik kontak fix dan random tetap (lihat Gambar 3). Ada pengaruh memori yang bisa dijelaskan melalui nilai maksimum jumlah stress. Peningkatan nilai probabilitas pecah dikaitkan dengan deformasi plastik.



Gambar 2 Probabilitas pecah pada posisi fix lebih besar dibanding pada secara posisi random melalui data simulasi Monte-Carlo.



Gambar 3 Data uji impact difitkan menggunakan model matematis. Terlihat probabilitas granula Al_2O_3 (3 mm) pada posisi fix lebih tinggi dibanding posisi random.

Berbeda pada granula posisi random perbedaan titik kontak selama stress berulang mengakibatkan perbedaan nilai probabilitas pecah.

Pada stress lanjut tidak ada pengaruh memori pada posisi random sehingga tak ada pula deformasi plastik.

Hasil berbeda dihasilkan pada perlakuan titik kontak tak tetap yaitu sifat kekakuan terdistribusi secara random. Itu berarti akumulasi kerusakan pada granula dengan titik kontak tetap adalah signifikan dan harus diperhitungkan pada perhitungan probabilitas kerusakan.

SIMPULAN

Sifat granula yang mengalami stress berulang dapat di-fit-kan menggunakan model matematis dengan parameter q . Fitting menggunakan q mencakup kecenderungan

granula untuk melemah disebabkan oleh akumulasi kerusakan dan peningkatan kekuatan ganula.

Parameter q bekerja dengan baik pada uji numerik menggunakan Monte-Carlo.

Uji numerik menunjukkan adanya akumulasi kerusakan pada titik kontak granula. Ini berkaitan dengan perlakuan titik kontak fix dan random..

Granula dengan perlakuan posisi fix atau tetap memiliki probabilitas pecah lebih tinggi dibanding pada perlakuan posisi secara random selama stress berulang.

Tingginya probabilitas pecah pada posisi fix disebabkan adanya akumulasi kerusakan pada titik kontak pada perlakuan posisi fix.

Pada uji impact perlakuan pembebanan stress berulang secara titik kontak fix dan random menunjukkan perbedaan dalam hal sifat probabilitas pecah. Sifat kekakuan terdistribusi secara random pada posisi random. Itu berarti akumulasi kerusakan pada granula dengan titik kontak fix adalah signifikan dan harus diperhitungkan pada perhitungan probabilitas kerusakan.

SARAN

Pada pengujian selanjutnya sebaiknya dilakukan uji SEM juga untuk melihat perbedaan antara permukaan granula yang di uji pada posisi fix dan random.

UCAPAN TERIMAKASIH

Terimakasih kepada Prof. Jürgen Tomas dan Dr. Sergej Aman di University of Magdeburg, Jerman, yang telah memberi bimbingan dalam penelitian ini. Juga terimakasih kepada Dikti yang membiayai penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

Aman, Sergej; Tomas, Jürgen; Kalman, Haim, (2011). "Breakage Probability of Irregularly Shaped Particles by Impact Stressing." *Chemie Ingenieur Technik*, Volume 83, issue 5 p. 704-709. ISSN: 0009-286X DOI: 10.1002/cite.201000152 WILEY-VCH Verlag.

- Beekman, W.J., Meesters, G.M.H., Becker, T., Gaertner, A., Gebert, M., Scarlett, B. (2003). "Failure mechanism determination for industrial Granules using a repeated compression test." *Powder Technol.* 130, 367–376.
- Kalman, H., Rodnianski, V., Haim, M. (2009). "A new method to implement comminution functions into DEM simulation of a size reduction system due to particle–wall collisions." *Granular Matter* 11 253–266.
- Kalman, Haim (2004). "Empirical breakage ratio of particles due to impact." *Powder Technology* 143– 144, 160– 169.
- Pitchumani, R., Strien, S.A., Meesters, G.M.H., Schaafsma, S.H., Scarlett, B., (2004). "Breakage of sodium benzoate granules under repeated impact conditions." *Powder Technology* 140, 240–247.
- Peukert, W., Vogel, L. (2001). "Comminution of polymers—an example of product engineering." *Chemical Engineering & Technology* 24, 945–950.
- Rumpf, H. (1973). "Physical aspects of comminution and new formation of law of comminution, *Powder Technology*, Vol. 7, 145-159.
- Russell, A., Tomas, J., (2013) "Multiple Compression of Moist Spherical Elastic-Plastic Zeolite 4A Granules." *Chemical Engineering Technology*, 36, No. 7, 1240–1248.
- S.Salman, S. Aman, J.Tomas., (2012). "Breakage probability of granules by repeated stressing", *CIT Wiley*, Volume 84 (9), 1594–1598
- Schubert, W., Khanal, M., Tomas, J. (2005). "Impact crushing of particleParticle compounds – experiment and simulation." *Int. J. Mineral Processing*, 75(1–2), 41–52.
- Salman, A.D., Reynolds, G. K., Fu, J. S., Cheong, Y. S., Biggs, C. A., Adams, M.J. Gorham, D. A., Lukenics, J. and Hounslow, M. J. (2004). "Descriptive classification of the impact failure modes of spherical particles." *Powder Technology*, vol. 25, 143-144.
- Samimi, A., Boerefijn, R., Kohlus, R., Ghadiri, M., (2002). "Breakage of soft granules under uniaxial bulk compression and impact conditions." *World Congress on Particle Technology (WCPT 4)*, Sydney.
- Simmchen, E., Riehle, M., (2000). "Grundlagen der Werkstofftechnik." *Dt.Verl. fuer Grundstoffindustrie*, Stuttgart.
- S. Antonyuk, S., Tomas, J., Heinrich, S. and Mörl, L. (2005). "Breakage behaviour of spherical granulates by compression." *Chem. Eng. Technol.* , 28 (5), 623-629.
- Tavares, L.M., Carvalho, R.M. (2007). "Impact work index prediction from continuum damage model of particle fracture." *Miner. Eng.* 20 1368–1375.
- Vogel, L., Peukert, W. (2005). "From single impact behaviour to modelling of impact mills." *Chemical Engineering Science* 60, 5164–5176.
- Weichert, R. (1991). "Theoretical Prediction of Energy Consumption and Particle Size Distribution in Grinding and Drilling of Brittle Materials." *Part. Part. Syst. Charact.*, 8, 55-62.
- Weibull, W. (1939). "A statistical theory of the strength of materials." *Ingeniörsvetenskakademiens Handlingar* 151, Generalstabens Litografiska Anstalts Förlag, Stockholm.