p- ISSN : 2407 – 1846
e-ISSN : 2460 – 8416

Website : jurnal.umj.ac.id/index.php/semnastek

ANALISIS PRINSIP ENERGI PADA METODE ELEMEN HINGGA TINJAUAN PEMODELAN ELEMEN UNIAKSIAL KUADRATIK TERHADAP ELEMEN UNIAKSIAL KUBIK

Haryo Koco Buwono[1]*, Silva Octaviani Saputra[2]
[1,2]Teknik Sipil Universitas Muhammadiyah Jakarta
Jl. Cempaka Putih Tengah 27, Jakarta 10510
*E-mail: haryo_kc@yahoo.com

ABSTRAK

Salah satu cara untuk memperoleh persamaan keseimbangan sebuah elemen dan matriks kekakuan elemen adalah dengan menggunakan prinsip energi potensial minimum (the principle of minimum potential energy). Cara ini sangat tepat digunakan untuk memperoleh persamaan keseimbangan sebuah elemen yang kompleks yang memiliki derajat kebebasan yang tinggi. Prinsip energi potensial minimum hanya berlaku untuk bahan yang bersifat elastis maupun plastis. Namun demikian kedua prinsip tersebut akan memberikan persamaan keseimbangan elemen yang sama untuk kondisi material yang bersifat elastis. Energi potensial total benda elastik terdiri dari energi regangan yang timbul pada saat terjadinya distorsi dan energi potensial beban yang bekerja di dalam atau dipermukaan benda elastik tersebut. Rumusan dari energi potensial sebuah benda elastik dapat digunakan untuk memformulasi matriks kekakuan elemen dan vektor beban. Jika sebuah batang uniaksial yang dibebani beban aksial merata dan beban terpusat yang berada ditengah bentangan, dengan menggunakan prinsip energi potensial stasioner, maka dapat ditentukan gaya yang timbul dan besarnya arah perpindahan yang terjadi. Hasil analisis yang diperoleh menggunakan metode elemen hingga menyatakan bahwa dengan menggunakan Elemen Kubik lebih baik dalam mendiskripsikan arah perpindahan yang terjadi dibandingkan Elemen Kuadratik. Berbeda dengan hasil gaya yang terjadi, dimana hasil yang diperoleh elemen kuadratik lebih besar dibandingkan Elemen Kubik.

Kata kunci: uniaksial, energi, potensial, kuadratik, kubik

ABSTRACT

One way to obtain a balance equation and the element stiffness matrix element is to use the principle of minimum potential energy. This method is very precise is used to obtain balance equation an element of a complex that has a high degree of freedom. Minimum potential energy principle is only applicable to material which is elastic and plastic. However, both these principles will provide the same element balance equation for the condition of the material is elastic. Total of potential energy of elastic bodies consist of strain energy arising from the distortions and the potential energy of the load working on the inside or on the surface of the elastic body. The formulation from the potential energy of an elastic object can be used to formulate the element stiffness matrix and load vector. If an uniaxial is loaded axial loads evenly and concentrated loads in center of the stretch, using the principle of stationary potential energy, it can be determined force that arises and the amount of direction of displacement that occurs. The results of the analysis using finite element method stated that by using Cubic elements is better in describe the direction of the displacement that occurred compared Quadratic Elements. Contrast to the results force that occurs, in which the results are the quadratic element greater than cubic element.

Keywords : uniaxial, energy, potential, quadratic, cubic

PENDAHULUAN

Salah satu cara untuk memperoleh persamaan keseimbangan sebuah elemen dan matriks kekakuan elemen adalah dengan menggunakan prinsip energi potensial minimum (the principle of minimum potential

p- ISSN : 2407 – 1846
e-ISSN : 2460 – 8416
Website : jurnal.umj.ac.id/index.php/semnastek

energy). Cara ini sangat tepat digunakan untuk memperoleh persamaan keseimbangan sebuah elemen yang kompleks yang memiliki derajat kebebasan yang tinggi.

Prinsip energi potensial minimum hanya berlaku untuk bahan yang bersifat elastis, sedangkan prinsip kerja virtual berlaku untuk berbagai macam material, baik yang bersifat elastis maupun plastis. Namun demikian kedua prinsip tersebut akan memberikan persamaan keseimbangan elemen yang sama untuk kondisi material yang bersifat elastis.

Untuk menjelaskan prinsip energi potensial minimum terlebih dahulu akan dijelaskan mengenai energi potensial total sebuah sistem.

Energi potensial total adalah penjumlahan dari energi regangan internal (U) dengan energi potensial akibat gaya luar (Ω) yang dapat dinyatakan sebagai :

$$\prod_p = U + \Omega \qquad (1)$$

Energi regangan adalah kemampuan gaya internal atau tegangan internal untuk melakukan usaha selama berlangsung deformasi (regangan) di dalam sebuah sistem. Sedangkan energi potensial adalah kemampuan gaya untuk melakukan kerjasama terjadinya deformasi internal di dalam sebuah sistem.

Salah satu cara untuk memperoleh persamaan keseimbangan sebuah elemen dan matriks kekakuan elemen adalah dengan menggunakan prinsip energi potensial minimum (the principle of minimum potential energy). Cara ini sangat tepat digunakan untuk memperoleh persamaan keseimbangan sebuah elemen yang kompleks yang memiliki derajat kebebasan yang tinggi. Prinsip energi potensial minimum hanya berlaku untuk bahan yang bersifat elastis maupun plastis. Namun demikian kedua prinsip tersebut akan memberikan persamaan keseimbangan elemen yang sama untuk kondisi material yang bersifat elastis. Energi potensial total benda elastik terdiri dari energi regangan yang timbul pada saat terjadinya distorsi dan energi potensial beban yang bekerja di dalam atau di permukaan benda elastik tersebut. Rumusan dari energi potensial sebuah benda elastik dapat digunakan untuk memformulasi matriks kekakuan elemen dan vektor beban.

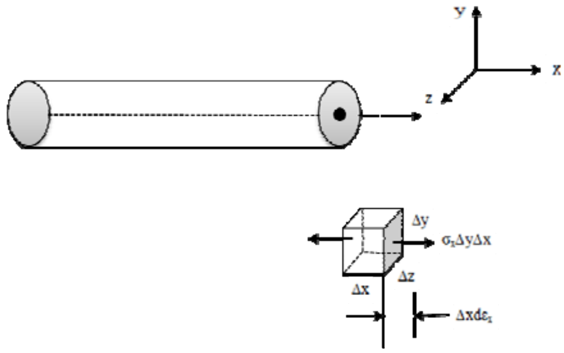
ENERGI POTENSIAL TOTAL BENDA ELASTIK

Energi potensial total benda elastik terdiri dari energi regangan yang timbul pada saat terjadinya distorsi dan energi potensial benda yang bekerja di dalam atau di permukaan benda plastik tersebut. Rumusan dari energi potensial sebuah benda elastik dapat digunakan untuk memformulasikan matriks kekakuan elemen dan vektor beban.

Sebuah elemen kecil yang merupakan bagian dari sebuah benda elastik yang bersifat linier energi reganganya dapat dinyatakan sebagai :

$$dU = \sigma_x(\Delta y)(\Delta z)(\Delta x)d\varepsilon_x \qquad (2)$$

Dalam persamaan (2) di atas σ_x adalah tegangan normal di arah x , $d\varepsilon_x$ adalah perubahan regangan yang terjadi sepanjang Δx.



Gambar 1. Gaya dalam yang bekerja pada sebuah elemen batang uniaksial

Dengan menyusun kembali persamaan (9.14) dan dengan menggunakan pendekatan bahwa volume elemen kecil mendekati nol, maka persamaan (3) dapat dinyatakan sebagai :

$$dU = \sigma_x d\varepsilon_x(dV) \qquad (3)$$

Dengan mengintegrasi persamaan (4) di atas diperoleh :

$$U = \iiint_v \left(\int_0^{\varepsilon_x} \sigma_x d\varepsilon_x\right)(dV) = \iiint_v \left(\int_0^{\varepsilon_x} E\varepsilon_x d\varepsilon_x\right)(dV) = \frac{1}{2}\iiint_v \sigma_x \varepsilon_x dV$$
(5)

Persamaan (5) berlaku untuk benda elastik yang materialnya mengikuti hukum Hooke dan hubungan antara tegangan dan regangan bersifat linier yang dapat dinyatakan sebagai :

$$\sigma_x = E\varepsilon_x \qquad (6)$$

METODOLOGI

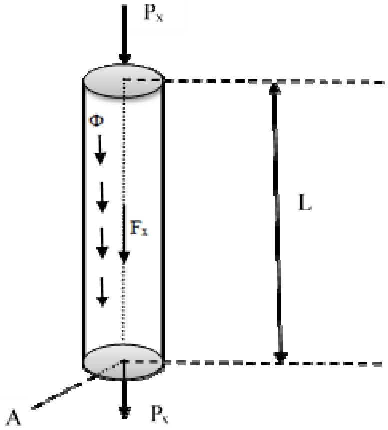
p- ISSN : 2407 – 1846
e-ISSN : 2460 – 8416
Website : jurnal.umj.ac.id/index.php/semnastek

Energi potensial akibat gaya luar yang merupakan kebalikan dari usaha untuk sebuah batang uniaksial dapat dinyatakan sebagai :

$$\Omega = \iiint_v \{u\}^T \{F\} dV - \iint_s \{u\}^T \{\phi\} dS - \{D\}^T \{P\}$$

(7)

Dalam persamaan (7) di atas F adalah body force, Φ adalah traksi permukaan, D adalah perpindahan nodal dan P adalah gaya terpusat.



Gambar 2. berbagai macam gaya yang bekerja pada elemen batang uniaksial

Untuk sebuah elemen batang uniaksial dengan luas penampang batang A konstan sepanjang batang L, energi potensialnya dapat dinyatakan sebagai :

$$\Pi_p = \frac{A}{2}\int_0^L \sigma_x \varepsilon_x dx - P_{x1} d_{x1} - P_{x2} d_{x2} - \iint_s \{u\}^T \Phi dS - \iint_s \{u\}^T Fd$$

(8)

Fungsi perpindahan aksial u dapat dinyatakan dalam fungsi bentuk [N] dan perpindahan nodal sebagai berikut :

$$u = [N]\{d\} \qquad (9)$$

Untuk sebuah batang uniaksial [N] dan {d} dalam persamaan (9) adalah :

$$[N] = \left[\left(1 - \frac{x}{L}\right) \quad \frac{x}{L}\right] \quad dan \quad \{d\} = \begin{Bmatrix} d_{x1} \\ d_{x2} \end{Bmatrix}$$

(10)

Bila digunakan hubungan regangan dan perpindahan, regangan aksial sebuah batang uniaksial adalah :

$$\varepsilon_x = \left[-\frac{1}{L} \quad \frac{1}{L}\right]\{d\} = [B]\{d\} \qquad (11)$$

Dalam persamaan (11) di atas [B] adalah matriks yang mengatakan hubungan antara regangan dan perpindahan.

Hubungan antara tegangan dan regangan dapat dinyatakan sebagai :

$$\{\sigma_x\} = [D]\{\varepsilon_x\} \qquad (12)$$

Dalam persamaan (12) [D] adalah matriks modulus elastisitas. Untuk masalah batang uniaksial, matriks [D] merupakan sebuah konstanta E.

Dengan menggunakan fungsi bentuk dan hubungan antara tegangan dan regangan untuk batang uniaksial sepanjang L, energi potensial sebuah batang uniaksial yang dibebani oleh body force, traksi permukaan dan beban terpusat sebagaimana terlihat pada Gambar 2 dapat dinyatakan sebagai :

$$\Pi_p = \frac{A}{2}\int_0^L \{d\}^T [B]^T [D]^T [B]\{d\} dx - \{d\}^T \{P\}$$

$$- \iint_s \{d\}^T [N]^T \{\Phi\} dS - \iiint_v \{d\}^T [N]^T \{F\} dV$$

(13)

Dalam persamaan (13) di atas terlihat bahwa $\prod_p$ adalah fungsi dari {d}. oleh karena matriks [B], matriks elastisitas [D] dan matriks perpindahan nodal {d} bukan merupakan fungsi dari x, persamaan (13) dapat disederhanakan menjadi :

$$\Pi_p = \frac{AL}{2}\{d\}^T [B]^T [D]^T [B]\{d\} - \{d\}^T \{f\} \qquad (14)$$

Dalam persamaan (14) di atas matriks {f} adalah matriks beban yang dapat dinyatakan sebagai :

$$\{f\} = \{P\} + \iint_s [N]^T \{\Phi\} dS + \iiint_v [N]^T \{F\} dV \qquad (15)$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

PRINSIP ENERGI ELEMEN KUADRATIK

Penelitian menggunakan analisis numerik metode elemen hingga pada sebuah elemen uniaksial, dimana x adalah faktor perpindahan. Beban adalah beban terbagi merata sebesar Tx_1= 5000 x_2 N/m dengan gaya P sebesar 10 kN ditengah bentangan. Modulus elastisitas E = 70 x 109 N/m2 dan luas penampang digunakan 3x10-4 m2.

p- ISSN : 2407 – 1846
e-ISSN : 2460 – 8416
Website : jurnal.umj.ac.id/index.php/semnastek

Analisis awal digunakan fungsi bentuk dengan rumus:

$$N_n = \frac{((x - x_{n-1}) * (x - x_{n+1}))}{((x_n - x_{n-1}) * (x_n - x_{n+1}))}$$

Dengan mendapatkan nilai Bentuk N pada titik n, didapatkan matriks form sebagai berikut:

$$N1 = \frac{((x - x_2) * (x - x_3))}{((x_1 - x_2) * (x_1 - x_3))} = \frac{2.(-L + x)(-0,5L + x)}{L^2}$$

$$N2 = \frac{((x - x_1) * (x - x_3))}{((x_2 - x_1) * (x_2 - x_3))} = -\frac{4.x\,(-L + x)}{L^2}$$

$$N3 = \frac{((x - x_1) * (x - x_2))}{((x_3 - x_1) * (x_3 - x_2))} = \frac{2.x(-0,5L + x)}{L^2}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{(60-x)(40-y)}{9600} & 0 & \frac{(60+x)(40-y)}{9600} & 0 & \frac{(60+x)(40+y)}{9600} & 0 & \frac{(60-x)(40+y)}{9600} & 0 \\ 0 & \frac{(60-x)(40-y)}{9600} & 0 & \frac{(60+x)(40-y)}{9600} & 0 & \frac{(60+x)(40+y)}{9600} & 0 & \frac{(60-x)(40+y)}{9600} \end{pmatrix}$$

Transformasi kedalam fungsi B maka diperoleh hasil:

$$B1 = D[N1, x]$$
$$\frac{2.(-L + x)}{L^2} + \frac{2.(-0.5L + x)}{L^2}$$
$$B2 = D[N2, x]$$
$$-\frac{4.x}{L^2} - \frac{4.(-L + x)}{L^2}$$
$$B3 = D[N3, x]$$
$$\frac{2.x}{L^2} + \frac{2.(-0.5L + x)}{L^2}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{2.(-L + x)}{L^2} + \frac{2.(-0.5L + x)}{L^2} \\ \frac{4.x}{L^2} \quad \frac{4.(-L + x)}{L^2} \\ \frac{2.x}{L^2} + \frac{2.(-0.5L + x)}{L^2} \end{pmatrix}$$

Matriks B dilakukan transpose matriks

$$\begin{pmatrix} \frac{2.(-L + x)}{L^2} + \frac{2.(-0.5L + x)}{L^2} & -\frac{4.x}{L^2} - \frac{4.(-L + x)}{L^2} & \frac{2.x}{L^2} + \frac{2.(-0.5L + x)}{L^2} \end{pmatrix}$$

Matriks kekakuan yang didapatkan adalah:

$$matkA = (E1 * A) * Integrate[matB.matBTra, \{x, 0, L\}]$$

$$\begin{pmatrix} 1.225 \times 10^7 & -1.4 \times 10^7 & 1.75x10^6 \\ -1.4 \times 10^7 & 2.8 \times 10^7 & -1.4 \times 10^7 \\ 1.75x10^6 & -1.4 \times 10^7 & 1.225 \times 10^7 \end{pmatrix}$$

Jika beban q dan P dimasukkan dalam model elemen kuadratik tersebut maka:

p- ISSN : 2407 – 1846
e-ISSN : 2460 – 8416
Website : jurnal.umj.ac.id/index.php/semnastek

$$\text{matq} = \text{Integrate}[q * \text{matN}, \{x, 0, L\}]$$
$$\{\{0.666667q\}, \{2.66667q\}, \{0.666667q\}\}$$
$$\text{matP} = P * \left(\frac{\text{matN}}{.x} \to \frac{L}{2}\right)$$
$$\{\{0.\}, \{1.P\}, \{0.\}\}$$
$$\text{matRe} = \text{matq} + \text{matP}$$
$$\{\{0. + 0.666667q\}, \{1.P + 2.66667q\}, \{0. + 0.666667q\}\}$$

Untuk mendapatkan arah perpindahan gaya dari elemen kuadratik menggunakan persamaan umum gaya:

{f} = [k]*{u}

Dimana gaya dari matriks{f} dan kekekuan elemen sudah diketahui maka diperoleh arah perpindahan gaya sebagai berikut:

$$\text{ux2a} = 0.034$$
$$\text{ux3a} = 0.044$$
$$\text{Rx1} = (71111.1 * \text{ux2a}) + (71111.1 * \text{ux3a}) = 5546.67$$

PRINSIP ENERGI ELEMEN KUBIK

Pembanding analisis menggunakan elemen kuadratik dengan menggunakan elemen kubik. Dimana penggunaan metode yang digunakan hampir sama namun jumlah nodal yang digunakan tidak nya pada tumpuan saja, melainkan dapat disebarkan pada batang uniaksial dimaksud.

$$\text{N1} = \frac{((x - \text{x2}) * (x - \text{x3}) * (x - \text{x4}))}{((\text{x1} - \text{x2}) * (\text{x1} - \text{x3}) * (\text{x1} - \text{x4}))} = -\frac{9}{128}(-4 + x)\left(-\frac{8}{3} + x\right)\left(-\frac{4}{3} + x\right)$$
$$\text{N2} = \frac{((x - \text{x1}) * (x - \text{x3}) * (x - \text{x4}))}{((\text{x2} - \text{x1}) * (\text{x2} - \text{x3}) * (\text{x2} - \text{x4}))} = \frac{27}{128}(-4 + x)\left(-\frac{8}{3} + x\right)x$$
$$\text{N3} = \frac{((x - \text{x1}) * (x - \text{x2}) * (x - \text{x4}))}{((\text{x3} - \text{x1}) * (\text{x3} - \text{x2}) * (\text{x3} - \text{x4}))} = -\frac{27}{128}(-4 + x)\left(-\frac{4}{3} + x\right)x$$
$$\text{N4} = \frac{((x - \text{x1}) * (x - \text{x2}) * (x - \text{x3}))}{((\text{x4} - \text{x1}) * (\text{x4} - \text{x2}) * (\text{x4} - \text{x3}))} = \frac{9}{128}\left(-\frac{8}{3} + x\right)\left(-\frac{4}{3} + x\right)x$$

$$\text{MatrixForm}[\text{matN}]$$
$$\begin{pmatrix} -\frac{9}{128}(-4 + x)\left(-\frac{8}{3} + x\right)\left(-\frac{4}{3} + x\right) \\ \frac{27}{128}(-4 + x)\left(-\frac{8}{3} + x\right)x \\ -\frac{27}{128}(-4 + x)\left(-\frac{4}{3} + x\right)x \\ \frac{9}{128}\left(-\frac{8}{3} + x\right)\left(-\frac{4}{3} + x\right)x \end{pmatrix}$$

Transformasi kedalam fungsi B maka diperoleh hasil:

$$\text{B1} = D[\text{N1}, x]$$
$$-\frac{9}{128}(-4 + x)\left(-\frac{8}{3} + x\right) - \frac{9}{128}(-4 + x)\left(-\frac{4}{3} + x\right) - \frac{9}{128}\left(-\frac{8}{3} + x\right)\left(-\frac{4}{3} + x\right)$$
$$\text{B2} = D[\text{N2}, x]$$

p- ISSN : 2407 – 1846
e-ISSN : 2460 – 8416
Website : jurnal.umj.ac.id/index.php/semnastek

$$\frac{27}{128}(-4+x)\left(-\frac{8}{3}+x\right)+\frac{27}{128}(-4+x)x+\frac{27}{128}\left(-\frac{8}{3}+x\right)x$$

B3 = D[N3,x]

$$-\frac{27}{128}(-4+x)\left(-\frac{4}{3}+x\right)-\frac{27}{128}(-4+x)x-\frac{27}{128}\left(-\frac{4}{3}+x\right)x$$

B4 = D[N4,x]

$$\frac{9}{128}\left(-\frac{8}{3}+x\right)\left(-\frac{4}{3}+x\right)+\frac{9}{128}\left(-\frac{8}{3}+x\right)x+\frac{9}{128}\left(-\frac{4}{3}+x\right)x$$

MatrixForm[matB]

$$\begin{pmatrix} -\frac{9}{128}(-4+x)\left(-\frac{8}{3}+x\right)-\frac{9}{128}(-4+x)\left(-\frac{4}{3}+x\right)-\frac{9}{128}\left(-\frac{8}{3}+x\right)\left(-\frac{4}{3}+x\right) \\ \frac{27}{128}(-4+x)\left(-\frac{8}{3}+x\right)+\frac{27}{128}(-4+x)x+\frac{27}{128}\left(-\frac{8}{3}+x\right)x \\ -\frac{27}{128}(-4+x)\left(-\frac{4}{3}+x\right)-\frac{27}{128}(-4+x)x-\frac{27}{128}\left(-\frac{4}{3}+x\right)x \\ \frac{9}{128}\left(-\frac{8}{3}+x\right)\left(-\frac{4}{3}+x\right)+\frac{9}{128}\left(-\frac{8}{3}+x\right)x+\frac{9}{128}\left(-\frac{4}{3}+x\right)x \end{pmatrix}$$

Matriks B dilakukan transpose matriks, sehingga dapat dilakukan perhitungan matriks kekakuan:

matkA = (E1 * A) * Integrate[matB.matBTra,{x,0,L}]

$$\begin{pmatrix} 19425000 & -24806250 & 7087500 & -1706250 \\ -24806250 & 56700000 & -38981250 & 7087500 \\ 7087500 & -38981250 & 56700000 & -24806250 \\ -1706250 & 7087500 & -24806250 & 19425000 \end{pmatrix}$$

Dimana beban-bebannya dihitung sebagai berikut:

matq = Integrate[q * matN, {x, 0, L}]

$$\left\{\left\{\frac{q}{2}\right\},\left\{\frac{3q}{2}\right\},\left\{\frac{3q}{2}\right\},\left\{\frac{q}{2}\right\}\right\}$$

$$\text{matP} = P * \left(\frac{\text{matN}}{.x} \to \frac{L}{2}\right)$$

$$\left\{\left\{-\frac{P}{16}\right\},\left\{\frac{9P}{16}\right\},\left\{\frac{9P}{16}\right\},\left\{-\frac{P}{16}\right\}\right\}$$

matRe = matq + matP

$$\left\{\left\{-\frac{P}{16}+\frac{q}{2}\right\},\left\{\frac{9P}{16}+\frac{3q}{2}\right\},\left\{\frac{9P}{16}+\frac{3q}{2}\right\},\left\{-\frac{P}{16}+\frac{q}{2}\right\}\right\}$$

matRe = Integrate[(matq + matP),{x,0,L}]

$$\begin{pmatrix} \frac{152500}{3} \\ 182500 \\ 182500 \\ \frac{152500}{3} \end{pmatrix}$$

p- ISSN : 2407 – 1846
e-ISSN : 2460 – 8416
Website : jurnal.umj.ac.id/index.php/semnastek

$$\text{matRe2x} = \text{matkA} * \{0, \text{ux2a}, \text{ux3a}, \text{ux4a}\} =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -24806250\,\text{ux2a} & 56700000\,\text{ux2a} & -38981250\,\text{ux2a} & 7087500\,\text{ux2a} \\ 7087500\,\text{ux3a} & -38981250\,\text{ux3a} & 56700000\,\text{ux3a} & -24806250\,\text{ux3a} \\ -1706250\,\text{ux4a} & 7087500\,\text{ux4a} & -24806250\,\text{ux4a} & 19425000\,\text{ux4a} \end{pmatrix}$$

$$\text{matper} = \text{MatrixForm}[\text{matkinv}] * \text{MatrixForm}[\text{matre}]$$

$$\begin{pmatrix} 182500 \\ 182500 \\ \frac{152500}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{209}{3827250000} & \frac{1}{15309000} & \frac{1}{15750000} \\ \frac{1}{15309000} & \frac{113}{956812500} & \frac{1}{7875000} \\ \frac{1}{15750000} & \frac{1}{7875000} & \frac{1}{5250000} \end{pmatrix}$$

$$\text{ux2a} = 0.025$$
$$\text{ux3a} - 0.04$$
$$\text{ux4a} = 0.044$$

$$\text{Rx1} = \left(\frac{152500}{3} * \text{ux2a}\right) + \left(\frac{152500}{3} * \text{ux3a}\right) + \left(\frac{152500}{3} * \text{ux4a}\right) = 5540.83$$

Tabel 1. Perbandingan Hasil Elemen Kuadratik Dengan Elemen Kubik

Elemen	Ua	Ut	Ub	R	Error
Kuadratik	0,034	N/A	0,044	5546,67	0,00
Kubik	0,025	0,04	0,044	5540,83	0,00

SIMPULAN DAN SARAN

Dari hasil tersebut dapat dinyatakan bahwa analisis elemen uniaksial kubik lebih detail dibandingkan elemen uniaksial kuadratik. Dengan penambahan satu nodal pada elemen dapat menyebabkan penambahan informasi berkaitan dengan arah perpindahan. Nodal awal terdapat selisih sebesar 26,5%. Perbedaan antara reaksi elemen kuadratik dan elemen kubik terdapat perbedaan sebesar 0,108%.

UCAPAN TERIMAKASIH

Prof. Ir. Sofia W. Alisjahbana, selaku guru Metode Elemen Hingga, dan Laboratorium Teknik Sipil Universitas Muhammadiyah Jakarta yang telah memberikan donasi untuk kegiatan ini.

DAFTAR PUSTAKA

D Cook, Robert. 1990. Konsep dan Aplikasi Metode Elemen Hingga. Terjemahan
Ir. Bambang Suryoatmono. Bandung: PT ERESCO. Lumantarna Benjamin dan Benny santoso. 2000. Jurnal: Aplikasi Visual untuk Program Elemen Hingga dengan Elemen Segitiga dan Segiempat Subparametrik dan Isoparametrik.
Dimensi Teknik Sipil, Vol.2, No.2, Sepetember 2000 (77-82) Pinem, Mhd.Daud. 2010. Analisis Struktur dengan Metode elemen Hingga (Finite Element Method). Bandung: Rekayasa Sains.
Sofia W. Alisjahbana. 1998. Jurnal: Elemen Segitiga untuk Masalah Elastisitas Dua Dimensi. Jurnal Teknik Sipil F.T. UNTAR/No.1 Tahun Ke IV – Maret/ 1998.
Susatio, Yerri Ir. 2004. Dasar-dasar Metode Elemen Hingga. Yokyakarta: Penerbit Andi. Utaja. 2005. Jurnal: Pembentukan Elemen dan Node untuk Mendukung Pemakaian Metoda Elemen Hingga. Risalah Lokakarya Komputasi dalam Sains dan Teknologi Nuklir XVI, Agustus 2005 (153-168)
Weaver, JR William dan Paul R Johnston. 1993. Finite Elements for Structural

p- ISSN : 2407 – 1846
e-ISSN : 2460 – 8416
Website : jurnal.umj.ac.id/index.php/semnastek

Analysis (Elemen Hingga untuk Analisis Struktur) . Terjemahan oleh Markus Rubijanto Kusuma. Bandung: PT. Eresco.